

2014 年 1 月联考数学真题

1. 某部门在一次联欢活动中共设了 26 个奖, 奖品均价为 280 元, 其中一等奖单价为 400 元, 其他奖品均价为 270 元, 一等奖的个数为 ()

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

【参考答案】E

【知识点】比例问题

【名师讲解】设一等奖的个数为 x , 其他奖的个数为 y , 则
$$\begin{cases} x + y = 26 \\ \frac{400x + 270y}{26} = 280 \end{cases}$$

得 $x = 2$, 选 E

2. 某单位进行办公室装修, 若甲、乙两个装修公司合做, 需 10 周完成, 工时费为 100 万元; 甲公司单独做 6 周后由乙公司接着做 18 周完成, 工时费为 96 万元, 甲公司每周的工时费为 ()

- (A) 7.5 万元 (B) 7 万元 (C) 6.5 万元 (D) 6 万元 (E) 5.5 万元

【参考答案】B

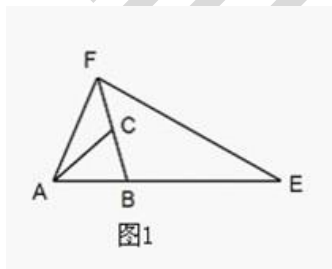
【知识点】工程问题

【名师讲解】设甲的每周工时费为 a 万元, 乙的每周工时费为 b 万元
$$\begin{cases} (a+b) \times 10 = 100 \\ 6a + 18b = 96 \end{cases}, \text{ 得}$$

$a = 7$ (万元), 选 B

3. 如题 1, 已知 $AE = 3AB$, $BF = 2BC$. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 2, 则 $\triangle AEF$ 的面积为 ()

- (A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 6

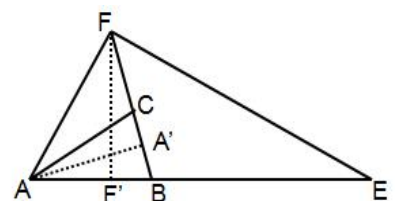


【参考答案】B

【知识点】三角形面积

【名师讲解】如图所示作 $AA' \perp BF$, $FF' \perp AE$, $AB = x$, $AE = 3x$

则 $\triangle ABF$ 的面积 $S_1 = \frac{1}{2} BF \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2BC \cdot AA' = 2 \times 2 = 4$,



即 $\frac{1}{2} AB \cdot FF' = 4$, $x \cdot FF' = 8$, 从而所求面积 $S = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot FF' = 12$

4. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_2 - a_5 + a_8 = 9$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_9 =$ ()

- (A) 27 (B) 45 (C) 54 (D) 81 (E) 162

【参考答案】D

【知识点】等差数列求前 n 项和

【名师讲解】设首项 a_1 , 公差 d , 由已知得 $a_1 + d - (a_1 + 4d) + a_1 + 7d = 9$, 从而 $a_1 + 4d = 9$,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9 = \frac{9(a_1 + a_1 + 8d)}{2} = \frac{9 \times 18}{2} = 81, \text{ 选 D}$$

5. 如图 2, 圆 A 与圆 B 的半径均为 1, 则阴影部分的面积为 ()

- (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$
 (D) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

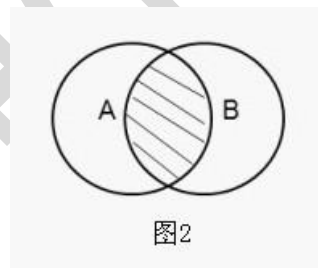


图2

【参考答案】E

【知识点】阴影部分面积

【名师讲解】如图所示, 阴影部分面积即扇形面积减去其对应的三角形面积的 2 倍,

$$S = 2 \times \left(\frac{120}{360} \times \pi \times 1^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 \right) = \frac{2}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 选择 E}$$

6. 某公司投资一个项目, 已知上半年完成了预算的 $\frac{1}{3}$, 下半年完成了剩余部分的 $\frac{2}{3}$, 此时还有 8 千万元投资未完成, 则该项目的预算为 ()

- (A) 3 亿元 (B) 3.6 亿元 (C) 3.9 亿元 (D) 4.5 亿元 (E) 5.1 亿元

【参考答案】B

【知识点】工程问题

【名师讲解】设预算为 x 亿元, 由已知得: $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}x + 0.8 = x$, 得 $x = 3.6$ (亿元), 选 B

7. 甲、乙两人上午 8:00 分别从 A、B 出发相向而行, 9:00 第一次相遇, 之后速度均提高了 1.5 公里/小时, 甲到 B, 乙到 A 后都立刻沿原路返回, 若两人在 10:30 第二次相遇, 则 A、B 两地的距离为 ()

(A) 5.6 公里 (B) 7 公里 (C) 8 公里 (D) 9 公里 (E) 9.5 公里

【参考答案】D

【知识点】行程问题

【名师讲解】设甲乙两地路程为 S , 甲乙两人速度分别为 V_1, V_2 则 $\begin{cases} V_1 + V_2 = S \\ (V_1 + 1.5 + V_2 + 1.5) \times 1.5 = 2S \end{cases}$, 得

$S + 3 = \frac{4}{3}S$, 所以 $S = 9$ (公里), 选择 D

8. 某容器中装满了浓度为 90% 的酒精, 倒出 1 升后用水将容器注满, 搅拌均匀后又倒出 1 升, 再用水将容器注满, 已知此时的酒精浓度为 40%, 则该容器的容积是 ()

(A) 2.5 升 (B) 3 升 (C) 3.5 升 (D) 4 升 (E) 4.5 升

【参考答案】B

【知识点】浓度问题

【名师讲解】设该容器的容积为 V , $\frac{0.9V - 0.9 - \frac{0.9V - 0.9}{V}}{V} = 0.4$, 解得 $V = 3$, 选 B

9. 若几个质数 (素数) 的乘积为 770, 则他们的和为 ()

(A) 85 (B) 84 (C) 28 (D) 26 (E) 25

【参考答案】E

【知识点】质数的性质

【名师讲解】对 770 进行因式分解 $770 = 7 \times 110 = 7 \times 2 \times 5 \times 11$, 从而 $7 \times 2 \times 5 \times 11 = 25$, 选 E

10. 掷一枚均匀的硬币若干次, 当正面向上的次数大于反面向上的次数时停止, 则在 4 次之内停止的概率为 ()

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{3}{16}$ (E) $\frac{5}{16}$

【参考答案】C

【知识点】投掷硬币问题

【名师讲解】若投掷第一次正面向上, 概率 $P_1 = \frac{1}{2}$; 若投掷两次一次反面一次正面, 不考虑; 若投

掷三次, 则第一次必然是反面, 后面两次为正面, 概率 $P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$; 所以所求概率

$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$, 选 C

11. 某项活动中, 将 3 男 3 女 6 名志愿者随机分成甲、乙、丙三组, 每组 2 人, 则每组志愿者都是异性的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{2}{5}$

【参考答案】E

【知识点】均匀分组

【名师讲解】总分法为 $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$, 每组志愿者都是异性的分法为 $C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 36$, 从而

概率 $P = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$, 选 E

12. 如图 3, 正方体棱长为 2, F 是棱长 $C'D'$ 的中点, 则 AF 的长 ()

- (A) 3 (B) 5 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $2\sqrt{3}$

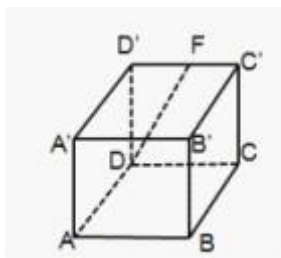


图3

【参考答案】A

【知识点】求线段长度

【名师讲解】如图所示, 连接 $A'F$, 则 $A'F = \sqrt{A'D'^2 + D'F^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$, 从而

$AF = \sqrt{A'F^2 + AA'^2} = 3\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3$, 选 A

13. 已知直线 L 是 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 (1, 2) 的切线, 则 L 在 y 轴上的截距是 ()

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$ (E) 5

【参考答案】D

【知识点】直线与圆相切

【名师讲解】直线 L 的方程为 $y - 2 = k(x - 1)$, 整理 $kx - y - k + 2 = 0$ 因为直线与圆相切, 则圆心 (0, 0)

到 L 的距离 $d = \frac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}} = \sqrt{5}, k = -\frac{1}{2}$, 所求 y 截距: 令 $x = 0, y = 2 - k = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, 选 D

14. 某单位决定对四个部门的经理进行轮岗, 要求每个部门经理必须换到四个部门中的其他部门任职, 则不同的轮岗方案有 () 种

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

【参考答案】D

【知识点】元素不对应

【名师讲解】典型错位排列问题, 四个元素的错位排列一共有 9 种不同的排法

15. 某工厂在半径为 5cm 的球形工艺品上镀一层装饰金属, 厚度为 0.01cm, 已经装饰金属的原料是棱长为 20cm 的正方体锭子, 则加工 10000 个该工艺品需要的锭子数量最少为 (不考虑加工损耗, $\pi \approx 3.14$)

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 20

【参考答案】C

【知识点】球的体积

【名师讲解】球的体积=球的表面积*厚度= $4\pi r^2 \times 0.01 = 4\pi \times 5^2 \times 0.01 = \pi$, 加工一万个所需要体积 ≈ 31400 , 而每个锭子的体积为 $20^3 = 8000$, 则 $31400 \div 8000 \approx 4$ 个, 选 C

二、条件充分性判断: 第 16-25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。要求判断每题给出的条件 (1) 和 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断。

A: 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分

B: 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分

C: 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分

D: 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分。

E: 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

16. 已知曲线 $l: y = a + bx - 6x^2 + x^3$, 则 $(a+b-5)(a-b-5) = 0$

(1) 曲线 l 过点 (1, 0)

(2) 曲线 l 过 (-1, 0)

【参考答案】A

【知识点】点与曲线的位置关系

【名师讲解】由条件 (1), $y = a + b - 6 + 1^3 = 0$, 即 $a + b - 5 = 0$, 带入结论充分; 由条件 (2),

$y = a - b - 6 - 1^3 = 0$, 即 $a - b = 7$, 带入结论不充分, 选 A

17. 不等式 $|x^2 + 2x + a| \leq 1$ 的解集为空集.

(1) $a < 0$ (2) $a > 2$

【参考答案】B

【知识点】绝对值不等式

【名师讲解】取 $a = -1$, $|x^2 + 2x - 1| \leq 1$, 可以举出反例 $x = 0$ 是其解, 不充分; 由条件 (2)

$|x^2 + 2x + a| = |(x+1)^2 + (a-1)| \geq |a-1| > 1$ 对一切 x 成立, $|x^2 + 2x + a| \leq 1$ 无解, 即条件 (2) 充分, 选 B

18. 甲、乙、丙三人的年龄相同.

(1) 甲、乙、丙的年龄成等差数列.

(2) 甲、乙、丙的年龄成等比数列.

【参考答案】C

【知识点】等差等比数列

【名师讲解】设甲、乙、丙的年龄分别为 a 、 b 、 c , 则条件 (1) 和条件 (2) 单独不充分, 联合两个条件有 $2b = a + c$, $b^2 = ac$, 得 $a = b = c$, 联合充分, 选 C

19. 设 x 是非零实数, 则 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

(1) $x + \frac{1}{x} = 3$ (2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

【参考答案】B

【知识点】整式和分式运算

【名师讲解】由条件 (1) $x + \frac{1}{x} = 3$, 得到 $(x + \frac{1}{x})^2 = 9$, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) = 18$,

充分; 由条件 (2) $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$, $(x + \frac{1}{x})^2 = 9$, 得 $x + \frac{1}{x} = \pm 3$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 有两个值, 不充分, 故选 B

20. 如图 4, O 是半圆的圆心, C 是半圆上的一点, $OD \perp AC$, 则能确定 OD 长.

(1) 已知 BC 的长.

(2) 已知 AO 的长.

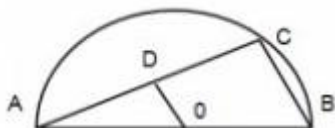


图4

【参考答案】A

【知识点】求线段长度

【名师讲解】 AB 为直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, 又 $OD \perp AC$, $\therefore OD \parallel BC$; 又 O 为 AB 的中点, $\therefore OD = \frac{1}{2}BC$, 因此 (1) 充分, (2) 不充分, 选 A

21. 方程 $x^2 + 2(a+b)x + c^2 = 0$ 有实根.

- (1) a, b, c 是一个三角形的三边长.
(2) 实数 a, c, b 为等差数列.

【参考答案】D

【知识点】三角形性质及等差数列

【名师讲解】方程 $x^2 + 2(a+b)x + c^2 = 0$ 有实根, 则 $\Delta = 4(a+b)^2 - 4c^2 \geq 0$, 即 $(a+b)^2 \geq c^2$, 条件 (1) 中, a, b, c 为三角形的三边长, 则 $a+b \geq c$, 即 $(a+b)^2 \geq c^2$, 充分; 条件 (2) 中, 实数 a, c, b 成等差数列, 则 $2c = a+b$, $(a+b)^2 = 4c^2 \geq c^2$, 充分, 选 D

22. 已知袋中装有红、黑、白三种颜色的球若干个, 则红球最多.

- (1) 随机取出的一球是白球的概率为 $\frac{2}{5}$.
(2) 随机抽出的两球中至少有一个黑球的概率小于 $\frac{1}{5}$.

【参考答案】C

【知识点】摸球问题

【名师讲解】设袋中有红球 x 个, 黑球 y 个, 白球 z 个, 由条件 (1) 得, $\frac{z}{x+y+z} = \frac{2}{5}$, 由条件

(2) 得, $\frac{C_{x+z}^2}{C_{x+y+z}^2} > \frac{4}{5}$, 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 联合条件 (1) 和 (2), 令 $x+y+z = 5a$,

则 $z = 2a$, $5C_{x+2a}^2 > 4C_{5a}^2$, 即 $5(x+2a)(x+2a-1) > 4 \times 5a(5a-1)$ 若 $x \leq 2a$, 则

$5(x+2a)(x+2a-1) \leq 80a^2 - 20a^2$, $4 \times 5a(5a-1) = 100a^2 - 20a$, $100a^2 - 20a \leq 80a^2 - 20a$ 是不可能的, 从而 $x > 2a$, $x > y$, $x > z$, 红球最多, 联合充分, 选 C

23. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则能确定 a, b, c 的值.

(1) 曲线 $y = f(x)$ 经过点 $(0,0)$ 和点 $(1,1)$.

(2) 曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = a + b$ 相切.

【参考答案】C

【知识点】直线与抛物线相切

【名师讲解】由条件 (1) 得, $\begin{cases} f(0) = 0 + 0 + c = 0 \\ f(1) = a + b + c = 1 \end{cases}$, 则 $c = 0, a + b = 1$, 单独看条件不能确定 a, b, c 的值, 不充分; 由条件 (2) 得, 方程 $ax^2 + bx + c = a + b$ 有两相等实根. 则 $\Delta = b^2 - 4a(c - a - b) = 0$

条件 (2) 单独也不充分, 联合得: $a + b = 1, \Delta = b^2 + 4a = 0$, 则 $a = -1, b = 2$, 联合充分, 选 C

24. 已知 x, y 为实数, 则 $x^2 + y^2 \geq 1$.

(1) $4y - 3x \geq 5$.

(2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 5$.

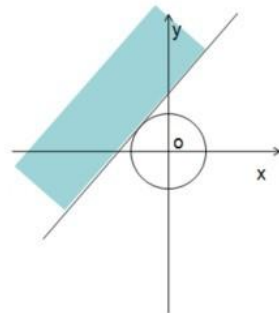
【参考答案】A

【知识点】直线与圆的位置关系

【名师讲解】由条件 (1) 圆心 $(0,0)$ 到直线 $4y - 3x = 5$ 的距离

$d = \frac{|-5|}{\sqrt{9+16}} = 1$, 如图所示, 因此满足 $4y - 3x \geq 5$ 的点都满足 $x^2 + y^2 \geq 1$, 条

件 (1) 充分; 条件 (2) 取反例 $x = -\frac{2}{3}, y = -\frac{2}{3}$, 则知不充分, 选 A



25. 已知 $M = \{a, b, c, d, e\}$ 是一个整数集合, 则能确定集合 M .

(1) a, b, c, d, e 的平均值为 10.

(2) a, b, c, d, e 的方差为 2.

【参考答案】C

【知识点】平均值及方差

【名师讲解】由条件 (1) 得, $a+b+c+d+e=50$, 不能确定集合 M , 不充分; 由条件 (2) 得,
$$\frac{(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2+(c-\bar{x})^2+(d-\bar{x})^2+(e-\bar{x})^2}{5}=2$$
, 其中 \bar{x} 为 a, b, c, d, e 的平均值, 也不能确定集合 M ;

条件 (1) 和 (2) 联合, 则
$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2}{5}=2$$
, 即

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2=10$, 由在不同整数集合里, 只有

$2^2+(-2)^2+1^2+(-1)^2+0^2=10$, 不妨假设 $a-10=2, b-10=-2, c-10=1, d-10=-1, e-10=0$, 所以

a, b, c, d, e 是五个不同整数, 即 $M=\{a, b, c, d, e\}$ 是一个整数集合, 充分, 选 C