

2011年1月联考数学真题

1、已知船在静水中的速度为 28 千米/时，河水的流速为 2 千米/时，则此船在相距 78 千米的两地间往返一次所需时间是（ ）

- A 5.9 小时 B 5.6 小时 C 5.4 小时 D 4.4 小时 E 4 小时

【参考答案】B

【知识点】往返和顺水逆水

【名师讲解】设船在静水中速度为 v_1 ，水的流速为 v_2 ，时间为 t ，往返一次需要时间

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2} + \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{78}{28 + 2} + \frac{78}{28 - 2} = 5.6, \text{ 故选 B}$$

2、若实数 a, b, c 满足 $|a - 3| + \sqrt{3b + 5} + (5c - 4)^2 = 0$ ，则 $abc =$ （ ）。

- A -4 B $-\frac{5}{3}$ C $-\frac{4}{3}$ D $\frac{4}{5}$ E 3

【参考答案】A

【知识点】非负性

【名师讲解】由非负性可得， $a = 3, b = -\frac{5}{3}, c = \frac{4}{5}$ ，所以 $abc = 3 \times (-\frac{5}{3}) \times (\frac{4}{5}) = -4$ ，故选 A

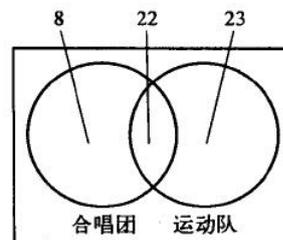
3、某年级 60 名学生中，有 30 人参加合唱团、45 人参加运动队，其中参加合唱团而未参加运动队的有 8 人，则参加运动队而未参加合唱团的有（ ）。

- A 15 人 B 22 人 C 23 人 D 30 人 E 37 人

【参考答案】C

【知识点】集合运算

【名师讲解】根据题目画出文氏图，由图可以看出答案，选 C



4、现有一个半径为 R 的球体，拟用刨床将其加工成正方体，则能加工成的最大正方体的体积是（ ）。

- A $\frac{8}{3}R^3$ B $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$ C $\frac{4}{3}R^3$ D $\frac{1}{3}R^3$ E $\frac{\sqrt{3}}{9}R^3$

【参考答案】B

【知识点】立体几何，涉及正方体的外接球

【名师讲解】设正方体棱长 x ，球的半径为 R ，则 $\sqrt{3}x = 2R$ 所以 $x = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ ，

$$V = x^3 = \left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{8}{3 \cdot \sqrt{3}} R^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9} R^3，\text{ 故选 B}$$

5、2007年，某市的全年研究与试验发展(R&D)经费支出300亿元，比2006年增长20%，该市的GDP为10000亿元，比2006年增长10%，2006年，该市的R&D经费支出占当年GDP的（ ）

- A 1.75% B 2% C 2.5% D 2.75% E 3%

【参考答案】D

【知识点】比例运算及百分比

【名师讲解】设2006年该市R&D为 x 亿元，GDP为 y 亿元， $x(1+20\%) = 300$ ；

$$y(1+10\%) = 10000，\text{ 所以 } \frac{x \times 1.2}{y \times 1.1} = \frac{300}{10000} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{330}{12000} = 2.75\%，\text{ 选 D}$$

6、现从5名管理专业、4名经济专业和1名财务专业的学生中随机派出一个3人小组，则该小组中3个专业各自有1名学生的概率为（ ）

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{1}{6}$

【参考答案】E

【知识点】分组取样问题

【名师讲解】从10人选3人，总情况数为 C_{10}^3 ，从每个专业各选1人，情况数为 $C_5^1 C_4^1 C_1^1$ ，所以

$$P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}，\text{ 选 E}$$

7、一所四年制大学每年的毕业生七月份离校，新生九月份入学，该校2001年招生2000名，之后每一年比上一年多招200人，该校2007年九月底在校学生有（ ）

- A 14000名 B 11600名 C 9000名 D 6200名 E 3200名

【参考答案】B

【知识点】等差数列求和

【名师讲解】2007年九月底的学生是大四（2004年7入学）2600人，大三2800人，大二3000人，大一3200人，所以 $n = 2600 + 2800 + 3000 + 3200 = 11600$ 人，故选 B

8、将 2 个红球与 1 个白球随机地放入甲、乙丙 3 个盒子中，则乙盒中至少有 1 个红球的概率为 ()

- A $\frac{1}{9}$ B $\frac{8}{27}$ C $\frac{4}{9}$ D $\frac{5}{9}$ E $\frac{17}{27}$

【参考答案】D

【知识点】取球颜色问题

【名师讲解】间接法，考虑反面，乙盒中 1 个红球也没有：乙盒中没有球和一个白球，则乙盒中没有球的概率为 $\frac{2^3}{3^3}$ ，乙盒中有一个白球的概率为 $\frac{2^2}{3^3}$ ，所以 $P(A) = 1 - \frac{2^3 + 2^2}{3^3} = \frac{5}{9}$ ，故选 D

9、如图 1，四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，弧 AOB，BOC，COD，DOA 均为半圆，则阴影部分的面积为 ()。

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\pi}{2}$ C $1 - \frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2} - 1$ E $2 - \frac{\pi}{2}$

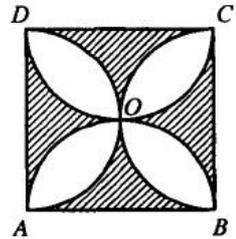


图 1

【参考答案】E

【知识点】阴影面积的计算，涉及正方形与半圆

【名师讲解】设阴影部分面积为 S_1 ，空白部分面积为 S_2 ；

$$\begin{cases} \frac{1}{2}S_2 + \frac{1}{4}S_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ S_1 + S_2 = 1^2 \end{cases} \Rightarrow S_1 = 2 - \frac{\pi}{2}, \text{ 故选 E}$$

10、3 个三口之家一起观看演出，他们购买了同一排的 9 张连座票，则每一家的人都坐在一起的不同坐法有 ()

- A $(3!)^2$ 种 B $(3!)^3$ 种 C $3(3!)^3$ 种 D $(3!)^4$ 种 E 9! 种

【参考答案】D

【知识点】相邻问题采用捆绑法

【名师讲解】利用乘法原理分步求解，第一步：将 3 个一家人利用捆绑法捆在一起，有 $(3!)^3$ 种，第

第二步，对 3 个家庭进行全排，有 $3!$ 种，所以一共有 $(3!)^4$ ，故选 D

11、设 P 是圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上的一点，该圆在点 P 的切线平行于直线 $x + y + 2 = 0$ ，则点 P 的坐标为 ()

- A $(-1, 1)$ B $(1, -1)$ C $(0, \sqrt{2})$ D $(\sqrt{2}, 0)$ E $(1, 1)$

【参考答案】E

【知识点】求切线的坐标

【名师讲解】因为切线平行于直线 $x + y + 2 = 0$ ，可设过点 $P(x_0, y_0)$ 的切线 $x + y + k = 0$ ，因为相

切，所以圆心到直线的距离等于半径， $x^2 + y^2 = 2$ 圆心 $(0, 0)$ ，即 $\frac{|k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ，所以 $k = \pm 2$ ，即 $k = -2$ ，

$x + y - 2 = 0$ ，带入选项只有 $E(1,1)$ 满足条件，故选 E.

12、设 a, b, c 是小于 12 的三个不同的质数（素数），且 $|a - b| + |b - c| + |c - a| = 8$ ，则

$$a + b + c = (\quad)$$

A 10 B 12 C 14 D 15 E 19

【参考答案】D

【知识点】质数与绝对值

【名师讲解】不妨设 $a > b > c$ ，故 $|a - b| + |b - c| + |c - a| = a - b + b - c + a - c = 2(a - c) = 8$ ，得

到 $a - c = 4$ ，又因为小于 12 的质数有 2, 3, 5, 7, 11，只能 $a = 7, b = 5, c = 3$ 才能满足，所以

$a + b + c = 7 + 5 + 3 = 15$ 。故选 D

13、在年底的献爱心活动中，某单位共有 100 人参加捐款。经统计，捐款总额是 19000 元，个人捐款数额有 100 元，500 元和 2000 元三种，该单位捐款 500 元的人数为（ ）

A 13 B 18 C 25 D 30 E 38

【参考答案】A

【知识点】未知数多于方程个数的不定方程

【名师讲解】设捐 500 元的人数为 x ，捐 2000 元的人数为 y ，则捐 100 元的人数为 $100 - (x + y)$ ，

由题意得 $100[100 - (x + y)] + 500x + 2000y = 19000$ ，即 $4x + 19y = 90$ ，所以 $1 \leq y \leq 4$ ，枚举法，

只有取 $x = 13, y = 2$ ，或看 x 的大小，选项 C、D、E 均不对，只有 A、B 可能满足，检验选 A.

14、某施工队承担了开凿一条长为 2400 米隧道的工程，在掘进了 400 米后，由于改进了施工工艺，每天比原计划多掘进 2 米，最后提前 50 天完成了施工任务，原计划施工工期（ ）

A 200 天 B 240 天 C 250 天 D 300 天 E 350 天

【参考答案】D

【知识点】效率变化对时间的影响

【名师讲解】设原计划每天挖 x 米， $\frac{400}{x} + \frac{2000}{x+2} + 50 = \frac{2400}{x} \Rightarrow x=8$ ，原计划施工工期是

$$\frac{2400}{8} = 300 \text{ 天，故选 D}$$

15、已知 $x^2 + y^2 = 9$ ， $xy = 4$ ，则 $\frac{x+y}{x^2 + y^2 + x + y} = (\quad)$

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{13}$ E $\frac{1}{14}$

【参考答案】C

【知识点】整式与分式运算

【名师讲解】 $\frac{x+y}{(x+y)(x^2 - xy + y^2) + (x+y)} = \frac{1}{x^2 - xy + y^2 + 1} = \frac{1}{9 - 4 + 1} = \frac{1}{6}$ ，故选 C

16、实数 a, b, c 成等差数列.

(1) e^a, e^b, e^c 成等比数列

(2) $\ln a, \ln b, \ln c$ 成等差数列

【参考答案】A

【知识点】指数与对数的运算及数列的相关判断

【名师讲解】(1) $(e^b)^2 = e^a \cdot e^c$ ，即 $2b = a + c$ ，充分；(2) $2 \ln b = \ln a + \ln c$ 即 $b^2 = ac$ ，不充分，故选 A

17、在一次英语考试中，某班的及格率为 80%

(1) 男生及格率为 70%，女生及格率为 90%。

(2) 男生的平均分与女生的平均分相等

【参考答案】E

【知识点】比例问题

【名师讲解】设男生为 x 人，女生为 y 人， $\frac{0.7x + 0.9y}{x + y} = 0.8 \Rightarrow x = y$ ，必须男生的人数与女生的人数相等，与平均分无关，因此联合也不充分，故选 E

18、如图 2，等腰梯形的上底与腰均为 x ，下底为 $x+10$ ，则 $x=13$ 。

(1) 该梯形的上底与下底比为 13:23。

(2) 该梯形的面积为 216。

【参考答案】D

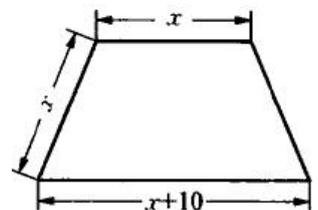


图 2

【知识点】求梯形的上底

【名师讲解】条件 (1), 根据比例 $\frac{x}{x+10} = \frac{13}{23} \Rightarrow x=13$, 充分; 条件 (2), 利用等腰梯形中位线

和高的乘积求面积 $(x+5)\sqrt{x^2-25} = 216 \Rightarrow (x+5)^3(x-5) = 216^2(x>5)$, 得 $x=13$, 故选 D

19、现有 3 名男生和 2 名女生参加面试, 则面试的排序法有 24 种

- (1) 第一位面试的是女生
- (2) 第二位面试的是指定某位男生

【参考答案】B

【知识点】特殊位置元素法

【名师讲解】(1) 先从两个女生选出第一个面试的女生, 剩余四个人全排列, 故有 $N = P_2^1 P_4^4 = 48$,

不充分; (2) 只需要将其他四个人全排列, $N = P_4^4 = 24$, 充分, 故选 B

20、已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 a, b, c , 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形

- (1) $(a-b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$
- (2) $c = \sqrt{2}b$

【参考答案】C

【知识点】借助等式判断三角形的形状

【名师讲解】条件 (1) 得, $a=b$ 或 $c^2 = a^2 + b^2$, 为等腰三角形或直角三角形, 不充分; 条件 (2)

显然不充分, 联合起来, $(a-b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$ 且 $c = \sqrt{2}b$, 分析可得为等腰直角三角形, 充分, 故选 C

21、直线 $ax + by + 3 = 0$ 被圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 截得的线段长度为 $2\sqrt{3}$

- (1) $a=0, b=-1$
- (2) $a=-1, b=0$

【参考答案】B

【知识点】

【名师讲解】圆的半径 r , 截得的线段长度为 $2\sqrt{3}$, 由此构造出一个直角三角形, 根据勾股定理,

可得圆心点 $(2, 1)$ 到直线的距离为 $d = \sqrt{r^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{2^2 - 3} = 1$, 再利用点到直线的公式可得

$$\frac{|2a+b+3|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1, \text{ 条件 (1) 带入不满足, 不充分; 条件 (2) 带入不满足, 选 B}$$

22、已知实数 a, b, c, d 满足 $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1$ 则 $|ac + bd| < 1$

(1) 直线 $ax + by = 1$ 与 $cx + dy = 1$ 仅一个交点

(2) $a \neq c, b \neq d$

【参考答案】A

【知识点】柯西不等式求取值范围

【名师讲解】(1) $(ac + bd)^2 - (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 2abcd - a^2d^2 - b^2c^2 = -(ad - bc)^2 < 0 (ad \neq bc)$;

即 $(ac + bd)^2 < (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1$, 即 $|ac + bd| < 1$, 充分; (2) $a \neq c, b \neq d$, 不能推出 $ad \neq bc$,

不能推出 $|ac + bd| < 1$, 如取 $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}, c = d = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $|ac + bd| = 1$, 不充分, 故选 A

23、某年级共有 8 个班, 再一次年级考试中, 共有 21 名学生不及格, 每班不及格的学生最多 3 名, 则 (一) 班至少有 1 名学生不及格

(1) (二) 班的不及格人数多于 (三) 班

(2) (四) 班不及格的学生有 2 名

【参考答案】D

【知识点】至多至少问题

【名师讲解】除 (一) 班外, 只要其他 7 个班不及格人数至多 20 人就充分。条件 (1), (二) 班的不及格人数多于 (三) 班, (二) 班最多 2 人, 其他 7 个班至多 20 人, 故 (一) 班至少 1 人不及格; 条件

(2) 除 (一) 班外, 其他 7 个班至多 20 人, 故 (一) 班至少 1 人不及格, 两个条件都充分, 选 D

24、现有一批文字材料需要打印, 两台新型打印机单独完成任务分别需要 4 小时与 5 小时, 两台旧型打印机单独完成任务分别需要 9 小时与 11 小时, 则能在 2.5 小时内完成任务

(1) 安排两台新型打印机同时打印

(2) 安排一台新型打印机与两台旧型打印机同时打印

【参考答案】D

【知识点】效率与时间问题

【名师讲解】(1) $t = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9} < 2.5$, 充分; (2) $t = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}} = \frac{495}{199} \approx 2.49 < 2.5$, 充

分, 选 D

25、已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则该数列的公差为零

(1) 对任何正整数 n , 有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n$

(2) $a_1 \leq a_2$

【参考答案】C

【知识点】用等差数列的单调性来判断公差

【名师讲解】(1) $S_n \leq n$, 取 $a_1 < 0$, $d < 0$, 如 $a = -1$, $d = -1$, 不满足条件;

$$S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n \leq n \Rightarrow \frac{d}{2}(n-1) \leq 1 - a_1, \text{ 当 } n=1 \text{ 时, } a_1 \leq 1;$$

$$d \leq \frac{2(1-a_1)}{n-1} \Leftrightarrow d \leq \left(\frac{2(1-a_1)}{n-1}\right)_{\min} \Rightarrow d \leq 0; \text{ (对任何正整数 } n) \text{ (2) } d \geq 0, \text{ 不满足条件; 联立起来}$$

$d = 0$, 故选 C.